Тема: Законы переменного тока

Электрическим током называется упорядоченное движение заряженных частиц или макроскопических тел.

Переменным называется ток, который с течением времени изменяет свою величину или направление.

В промышленности наибольшее распространение получил **синусоидальный переменный ток**, то есть ток, величина которого изменяется со временем по закону синуса или косинуса:

$$i = I_m \cos\left(\omega t + \varphi_0\right).$$

Синусоидальный переменный ток имеет целый ряд преимуществ перед постоянным током, что и объясняет его использование в промышленности и в быту:

1. от генератора постоянного тока получить высокие напряжения практически невозможно,
2. генератор и двигатель переменного тока значительно проще по конструкции, надёжнее и дешевле генератора и двигателя постоянного тока,
3. при необходимости переменный ток можно преобразовать в постоянный ток,
4. переменный ток можно трансформировать, то есть повышать или понижать его напряжение с помощью трансформаторов.

В цепях переменного тока, кроме процессов нагрева проводов имеются дополнительные процессы, обусловленные изменяющимися магнитными и электрическими полями. Изменение этих полей оказывает влияние на величину и форму тока в цепи и может приводить к дополнительным потерям энергии. Величина и форма кривой силы тока зависят не только от параметров электрической цепи, но и от частоты и формы кривой приложенного напряжения. Поэтому анализ явлений, происходящих в цепях переменного тока, вследствие этого значительно усложняются.

Электромагнитные возмущения распространяются по цепи со скоростью света в вакууме. Если за время, необходимое для передачи электромагнитного возмущения в самую отдалённую точку электрической цепи, величина тока не успевает значительно измениться, то мгновенные значения тока во всех сечениях цепи будут практически одинаковыми. (Токи, удовлетворяющие такому условию, называются *квазистационарными*.)

Квазистационарным называется переменный ток, который во всех сечениях неразветвлённой электрической цепи имеет одинаковую силу тока.

К мгновенным значениям квазистационарных токов можно применять законы Ома и правила Кирхгофа (однако при этом необходимо учитывать возникающую при изменении тока ЭДС электромагнитной индукции).

Основные характеристики переменного синусоидального тока

Мгновенными значениями силы тока i, напряжения u, ЭДС ε и мощности p в цепях переменного тока называют их значения в данный момент времени.

Амплитудными значениями силы тока I_m, напряжения U_m, ЭДС $\mathcal{E}_m$ и мощности P_m в цепях переменного тока называют наибольшие мгновенные значения этих величин в случае синусоидального переменного тока за период.

Периодом T называется наименьший промежуток времени, через который переменный ток повторяет свои значения в той же самой последовательности.

Частотой ν переменного периодического тока называется величина обратная периоду.

$$\nu = \frac{1}{T}, \qquad [\nu] = \text{Гц}, \text{ Герц}$$

Циклической частотой **ω** переменного периодического тока называется величина, равная:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu, \qquad [\omega] = \frac{рад}{с}, \text{ радиан на секунду}$$

Сила тока и напряжение переменного тока непрерывно изменяются по величине, поэтому возникла необходимость каким-либо образом сравнивать различные токи друг с другом. При этом необходимо использовать такое действие переменного тока, которое бы не зависело от его направления. В этом отношении наиболее удобным оказалось тепловое действие тока. Причём по тепловому действию тока можно сравнивать переменные токи с постоянными. В связи с этим возникло понятие *эффективного значения переменного тока*.

Эффективным **(**или ***действующим*****)** значением переменного тока $I_{эфф}$ называется такая величина силы постоянного тока, который оказывал бы в цепи такое же тепловое воздействие.

В случае синусоидального тока $I_{эфф} = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$ и $U_{эфф} = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$

(*Амперметры и вольтметры в цепях переменного тока показывают действующие значения силы тока и напряжения на участке электрической цепи*).

Все элементы электрической цепи обладают сопротивлением. Различают два вида сопротивления: **активное и реактивное**. Если при прохождении тока через элемент цепи происходит только необратимое превращение электрической энергии в теплоту, то сопротивление такого участка цепи называют **активным**. Если такого превращения не происходит, то сопротивление называют **реактивным**.

Элемент цепи с активным сопротивлением называется **резистором.** Реактивным сопротивлением – емкостным и индуктивным – обладают соответственно конденсаторы и катушки индуктивности.

Наличие реактивных сопротивлений в цепи переменного тока приводит к тому, что возникает разность фаз между изменениями напряжения и тока в цепи (то есть ток и напряжение не одновременно достигают своего максимального значения). Это обстоятельство значительно усложняет расчёты цепей переменного тока.

Сопротивлением участка цепи постоянного тока называют величину равную:

$$R = \frac{U}{I}$$

Сопротивлением участка цепи переменного тока называют величину равную:

$$R = \frac{U_{эфф}}{I_{эфф}} = \frac{U_m}{I_m}$$

Математическое описание переменного тока можно осуществить тремя методами:

- **аналитический метод** (с помощью тригонометрических функций),
- **символический метод** (с помощью комплексных чисел),
- **метод векторных диаграмм** (используется графический метод описания переменного тока).

Аналитический метод описания синусоидальных токов иногда приводит к громоздким математическим преобразованиям при определении каких-либо величин. Поэтому для упрощения расчётов в этих случаях были придуманы другие методы вычислений, которые мы сейчас рассмотрим.

Метод векторных диаграмм

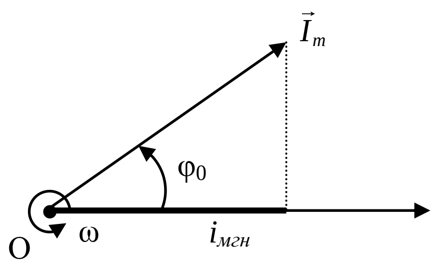


рис. 1

Для описания переменного синусоидального тока $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ достаточно двух величин – амплитуды I_m и фазы $\Phi = \omega t + \varphi_0$. Амплитуда определяет максимальное отклонение величины тока от его среднего значения, а фаза однозначно определяет мгновенное значение тока i в произвольный момент времени t, а также, зная начальную фазу φ_0, через циклическую частоту ω можно определить частоту ν и период T переменного тока.

Идея графического метода заключается в том, чтобы изображать переменные токи в виде векторов на плоскости в полярных координатах (см. рис.1).

В этом случае:

- длина вектора равна амплитудному значению силы тока I_m,
- начальный угол расположения вектора относительно полярной оси соответствует начальной фазе φ_0,
- вектор вращается вокруг точки О с угловой скоростью ω, равной циклической частоте тока,
- мгновенное значение силы тока i в любой момент времени равно проекции этого вектора на полярную ось.

Аналогично можно изображать напряжения в цепи.

Этот метод очень удобен при сложении двух или нескольких гармонических колебаний, так как в этом случае громоздкие тригонометрические преобразования можно заменить простым сложением векторов.

Используя идеи этого метода, для различных цепей синусоидального тока строят свои диаграммы, на которых одновременно в виде векторов изображают напряжения и токи в цепи, а по ним определять сдвиг по фазе между изменениями тока и напряжения, а также ряд других характеристик цепи.

Символический метод описания синусоидального тока

Идея этого метода заключается в записи гармонических колебаний $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ в комплексном виде:

$$\dot{i} = I_m e^{j(\omega t + \varphi_0)}, \quad \text{где} \quad j = \sqrt{-1} \text{ - мнимая единица.} \tag{1}$$

Согласно формуле Эйлера $e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha$, поэтому комплексное уравнение (1) можно записать в виде:

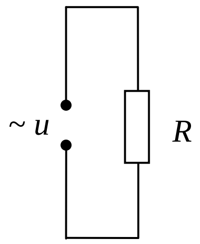
$$\dot{i} = I_m e^{j(\omega t + \varphi_0)} = I_m\left[\cos(\omega t + \varphi_0) + j\sin(\omega t + \varphi_0)\right]. \tag{2}$$

При анализе такой записи предполагается, что вещественная часть уравнения (2) представляет собой уравнение гармонического колебания $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_0)$. Таким образом, величина силы тока, записанной в форме уравнения (1), в любой момент времени определяется вещественной частью этого уравнения.

Этот метод очень удобен при умножении и дифференцировании уравнений гармонических колебаний, так как в этом случае громоздкие тригонометрические преобразования можно заменить простым действиями над показательными функциями.

Как отмечалось ранее, расчёт цепей переменного тока значительно усложняется по сравнению с цепями постоянного тока из-за наличия в них реактивного сопротивления.

Ниже мы более подробно рассмотрим особенности работы некоторых цепей переменного синусоидального тока.



Цепь переменного тока только с активным сопротивлением

$(C = 0,\ L = 0)$

Пусть напряжение в цепи меняется по закону: $u = U_m \sin \omega t$. (3)

Тогда по закону Ома можно записать: $i = \dfrac{U}{R} = \dfrac{U_m}{R}\sin \omega t = I_m \sin \omega t$, (4)

где $I_m = \dfrac{U_m}{R}$ - **закон Ома для цепи переменного тока только с активным сопротивлением.**

Из сравнения уравнений (3) и (4) следует, что:

$\begin{cases} u = U_m \sin \omega t \\ i = I_m \sin \omega t \end{cases}$ - то есть разность фаз между изменениями тока и напряжения в такой цепи равна нулю (см. рис. 2)

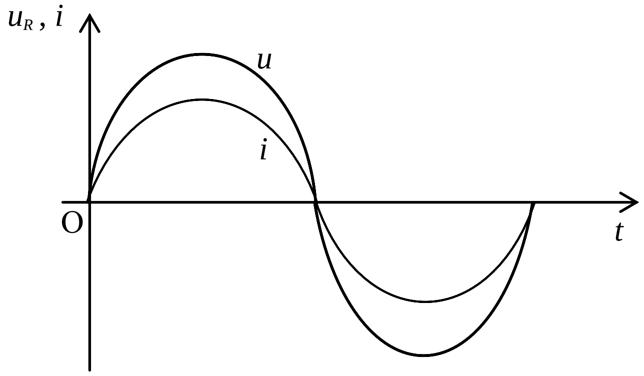


рис. 2
Графики напряжения и тока в цепи,
содержащей только резистор.

Векторная диаграмма в этом случае имеет вид рис. 3.

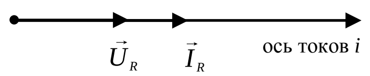
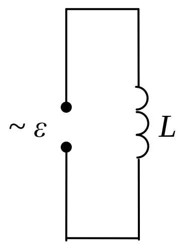


рис. 3



Цепь переменного тока только с идеальной индуктивностью

$(R = 0,\ C = 0)$

Пусть внешнее ЭДС в цепи меняется по закону: $\varepsilon = \mathcal{E}_m \sin \omega t$.

При протекании по катушке индуктивности переменного тока, в ней по закону Фарадея возникает ЭДС самоиндукции $\varepsilon_s = -L\dfrac{di}{dt}$.

С учётом того, что сопротивление катушки равно нулю, по второму правилу Кирхгофа можно записать:

$$0 = \varepsilon + \varepsilon_s \quad \text{или} \quad \varepsilon = -\varepsilon_s \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = L\frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = \frac{\varepsilon}{L} = \frac{\mathcal{E}_m}{L}\sin \omega t.$$

Таким образом, имеем: $i = \int\limits_0^{\infty} \dfrac{\mathcal{E}_m}{L}\sin \omega t dt = -\dfrac{\mathcal{E}_m}{\omega L}\cos \omega t + Const = \dfrac{\mathcal{E}_m}{\omega L}\sin(\omega t - \dfrac{\pi}{2}) + Const$.

При отсутствии составляющей постоянного тока $Const = 0$, тогда окончательно получим:

$$i = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega L}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}). \tag{5}$$

Если сопротивление источника ЭДС пренебрежимо мало, то он создаёт на входе цепи напряжение u, равное его ЭДС. В этом случае напряжение на катушке будет изменяться по закону:

$$u = U_m \sin \omega t \tag{6}$$

и уравнение (5) можно переписать в виде:

$$i = \frac{U_m}{\omega L}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}), \tag{7}$$

где $I_m = \dfrac{U_m}{\omega L}$ - **закон Ома для цепи переменного тока с идеальной индуктивностью**. (8)

Из уравнения (8) следует, что роль сопротивления в такой цепи играет величина:

$X_L = \omega L$, называемая **реактивным индуктивным сопротивлением**. $[X_L] = Ом$.

Из сравнения уравнений (6) и (7) следует, что:

$$\begin{cases} u = U_m \sin \omega t \\ i = I_m \sin(\omega t - \dfrac{\pi}{2}) \end{cases}$$ - то есть в такой цепи ток отстаёт по фазе от напряжения на $\dfrac{\pi}{2}$ (см. рис. 4 и 5).

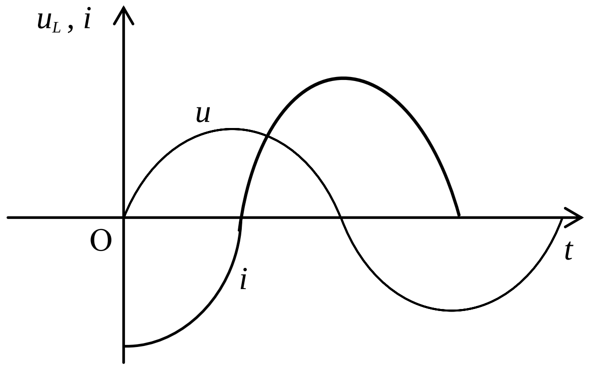


рис. 4
Графики напряжения и тока в цепи, содержащей только индуктивность.

С физической точки зрения это явление можно объяснить следующим образом:

при изменении напряжения на катушке в ней возникает ЭДС самоиндукции, которая направлена так, что препятствует изменению тока, текущего по катушке. В результате этого явления появляется сдвиг фаз между изменением напряжения на индуктивности и силой тока в цепи.

Векторная диаграмма в этом случае будет иметь вид рис. 5.

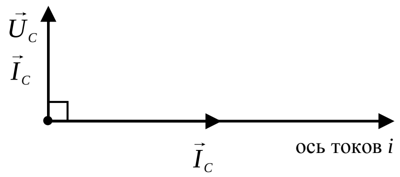
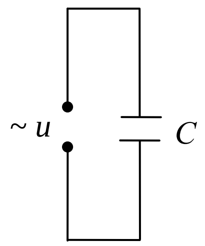


рис. 5

Цепь переменного тока только с идеальной ёмкостью

$(R = 0,\ L = 0)$



Пусть напряжение в цепи меняется по закону: $u = U_m \sin \omega t$. (9)

Мгновенное значение силы тока в такой цепи с ёмкостью по закону сохранения электрического заряда равно скорости изменения заряда на обкладках конденсатора, то есть:

$i = \dfrac{dq}{dt}$. Так как $q = Cu$, следовательно,

$$i = \frac{dCu}{dt} = C\frac{du}{dt} = \frac{dU_m \sin \omega t}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}), \quad (10)$$

где $I_m = \omega C U_m = \dfrac{U_m}{\dfrac{1}{\omega C}}$ - **закон Ома для цепи переменного тока с идеальной ёмкостью.** (11)

Из уравнения (11) следует, что роль сопротивления в такой цепи играет величина:

$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$, называемая **реактивным емкостным сопротивлением**. $[X_C] = Ом$.

Из сравнения уравнений (9) и (10) следует, что:

$$\begin{cases} u = U_m \sin \omega t \\ i = I_m \sin(\omega t + \dfrac{\pi}{2}) \end{cases}$$ - то есть в такой цепи ток опережает по фазе напряжение на $\dfrac{\pi}{2}$ (см. рис. 6 и 7).

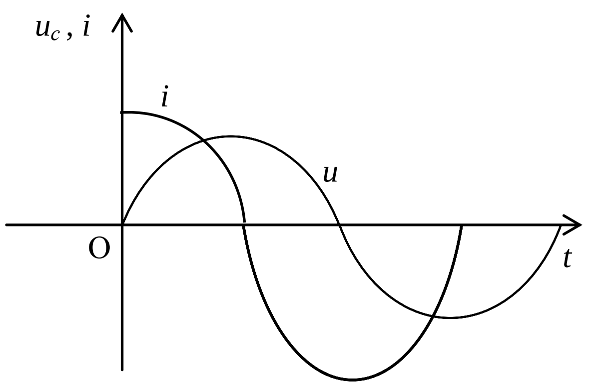


рис. 6
Графики напряжения и тока в цепи, содержащей только ёмкость.

С физической точки зрения это явление можно объяснить следующим образом:

При накоплении конденсатором электрического заряда, во внешней цепи возникает электрическое поле, создаваемое зарядом конденсатора и направленное навстречу полю источника тока. В результате этого явления ток в цепи изменяется не синхронно с изменением напряжения. Таким образом, возникает разность фаз между напряжением на конденсаторе и силой тока в цепи. Напряжение на конденсаторе достигает максимального значения, когда величина внешнего поля источника ЭДС *сравнивается с полем заряда конденсатора, направленного навстречу ему. В этот момент ток в цепи становится равным нулю.*

Векторная диаграмма в этом случае имеет вид рис. 7.

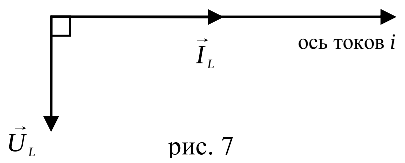


рис. 7

Цепь переменного тока, содержащая последовательно включённые R, L и C

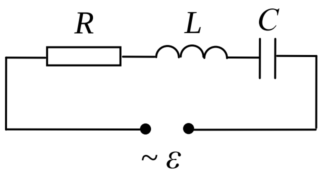


рис. 8

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательно соединённых резистора *R*, ёмкости *C* и индуктивности *L* (см. рис. 8)

Пусть ЭДС источника в цепи меняется по закону: $\varepsilon = \mathcal{E}_m \cos\omega t$, (12)

в результате чего в цепи течёт ток $I = I_m \cos(\omega t - \varphi)$. (13)

Определим амплитуду I_m и сдвиг фаз φ между током и внешней ЭДС, если известны параметры цепи *R*, *L* и *C*.

На основании второго закона Кирхгофа для нашей цепи можно записать:

$$u_R + u_C = \varepsilon + \varepsilon_s, \qquad (14)$$

то есть сумма падений напряжений на отдельных элементах контура равна в каждый момент времени ЭДС, действующей в этом контуре.

Для каждого момента времени справедливы следующие соотношения:

$$u_R = iR \qquad R = const; \qquad (15)$$

$$u_C = \frac{1}{C}q = \frac{1}{C}\int_0^t idt \qquad C = const; \qquad (16)$$

$$\varepsilon_s = -L\frac{di}{dt} \qquad L = const, \qquad (17)$$

где R - сопротивление резистора, C - ёмкость конденсатора, L - индуктивность катушки,

u_R и u_C - напряжения на соответствующих элементах цепи, i - ток в цепи, q - заряд конденсатора,

$\varepsilon_s = -L\frac{di}{dt}$ - ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке индуктивности при прохождении через неё переменного тока.

Подставим соотношения (15) – (17) в (14), получим: $iR + \frac{1}{C}\int_0^t idt = \varepsilon - L\frac{di}{dt}$, следовательно,

$$iR + \frac{1}{C}\int_0^t idt + L\frac{di}{dt} = \varepsilon. \qquad (18)$$

А теперь подставим в уравнение (18) выражения (12) и (13):

$$I_m R\cos(\omega t - \varphi) + \frac{1}{C}\int_0^t I_m \cos(\omega t - \varphi)dt + L\frac{dI_m \cos(\omega t - \varphi)}{dt} = \mathcal{E}_m \cos\omega t.$$

После выполнения операций интегрирования и дифференцирования получим:

$$I_m R\cos(\omega t - \varphi) + I_m\frac{1}{\omega C}\sin(\omega t - \varphi) - I_m \omega L\sin(\omega t - \varphi) = \mathcal{E}_m \cos\omega t.$$

Используя далее тригонометрические соотношения

$\sin(\omega t - \varphi) = \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2})$, $\quad -\sin(\omega t - \varphi) = \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2})$, окончательно имеем:

$$I_m R\cos(\omega t - \varphi) + \frac{I_m}{\omega C}\cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) + I_m \omega L\cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}) = \mathcal{E}_m \cos\omega t. \qquad (19)$$

Из анализа уравнения (19) можно сделать следующие выводы:

- напряжение на резисторе u_R совпадает по фазе с током i в цепи,
- напряжение на ёмкости u_C отстаёт по фазе от тока i на угол $\frac{\pi}{2}$,

- напряжение на индуктивности u_L опережает по фазе ток i на угол $\frac{\pi}{2}$.

Из этого же уравнения следует, что $U_R = I_m R,\ \ U_C = I_m \frac{1}{\omega C}$ и $U_L = I_m \omega L$. (20)

Уравнение (19) позволяет определить амплитуду результирующего тока I_m, сдвиг фаз между током в цепи и изменением внешней ЭДС, а также полное сопротивление цепи *Z*, изображённой на рис. 8.

Учитывая уравнения (20), перепишем уравнение (19) в виде:

$$U_R \cos(\omega t - \varphi) + U_C \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) + U_L \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}) = \mathcal{E}_m \cos\omega t \ . \tag{21}$$

Далее, используя метод векторных диаграмм, представим каждое слагаемое уравнения (21) в виде векторов $\vec{U}_R$, $\vec{U}_C$, $\vec{U}_L$ и $\vec{\mathcal{E}}_m$ и запишем это уравнение как сумму трёх векторов, каждый из которых описывает изменение напряжения на резисторе, ёмкости и индуктивности соответственно:

$$\vec{U}_R + \vec{U}_C + \vec{U}_L = \vec{\mathcal{E}}_m .$$

Так как в *R*, *L* и *C* соединены последовательно, то через них протекает одинаковый по величине ток, поэтому в качестве основной оси отсчёта на векторной диаграмме выберем ось токов. Тогда, учитывая сдвиги фаз, возникающие между током и напряжениях на ёмкости и индуктивности, векторная диаграмма для нашей цепи будет иметь вид рис. 9.

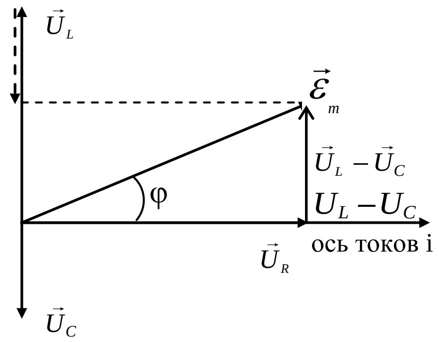


рис. 9

Из рис. 9 по теореме Пифагора имеем: $\mathcal{E}_m = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$

или $$\mathcal{E}_m = \sqrt{I_m^2 R^2 + (I_m \omega L - \frac{I_m}{\omega C})^2} .$$

Вынося I_m из-под корня, получим:

$$\mathcal{E}_m = I_m \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} .$$

Окончательно имеем:

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{Z}$$ - **закон Ома для переменного тока с последовательно соединёнными *R, L* и *C*.**

Величина $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ называется **полным сопротивлением цепи или импедансом**. $[Z] = \text{О}\text{м}$.

Сила тока в такой цепи изменяется по закону:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) ,$$

где сдвиг фаз φ между внешней ЭДС и силой тока *i* можно найти из векторной диаграммы (см. рис. 9):

$$tg\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} .$$

Последовательный резонанс или резонанс напряжений

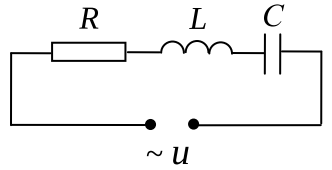


рис. 10

Рассмотрим последовательно соединённые *R, L* и *C* (см. рис 10).
Если сопротивление источника ЭДС пренебрежимо мало, то он создаёт на входе цепи напряжение u, равное его ЭДС. В этом случае напряжение в цепи будет изменяться по закону: $u = U_m \sin\omega t$ (22)

Тогда закон Ома для такой цепи будет иметь вид:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} . \tag{23}$$

Из уравнения (23) следует, что если будет выполняться условие $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, то полное сопротивление цепи становиться минимальным и равным активному сопротивлению цепи R и, следовательно, ***ток в цепи при заданном напряжении достигает максимального значения***.

При этом напряжение на активном сопротивлении становится равным внешнему напряжению $u_R = u$, а напряжения на ёмкости и индуктивности оказываются равными по величине и противоположными по фазе, то есть $u_C = u_L$, причём напряжения u_C и u_L оказываются больше напряжения в цепи, то есть $u_C = u_L > u$.

Такое явление в цепи переменного тока называется *последовательным резонансом или резонансом напряжения.*

Условию $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ соответствует частота $\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, называемая **резонансной частотой**.

Последовательным резонансом называется явление резкого увеличения амплитуды силы тока в цепи при приближении частоты внешнего переменного напряжения к резонансной частоте контура.
(последовательный резонанс особенно чётко проявляется при малом активном сопротивлении *R*).

Можно дать ещё одно определение последовательного резонанса:
Последовательным резонансом или ***резонансом напряжения*** называется явление резкого увеличения напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе при приближении частоты внешнего переменного напряжения к резонансной частотой контура.
(резкое увеличение напряжения на ёмкости и индуктивности может привести к перегреву проводов катушки индуктивности и пробою диэлектрика в конденсаторе, что приведёт к разрушению цепи).

Цепь переменного тока, содержащая параллельно включённые *R, L и C*

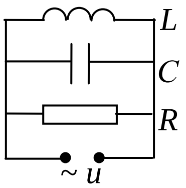


рис. 11

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из параллельно соединённых резистора R, ёмкости *C* и индуктивности *L* (см. рис. 11).

Так как в *R*, *L* и *C* соединены параллельно, то они будут иметь одинаковое по величине напряжение, поэтому в качестве основной оси отсчёта на векторной диаграмме выберем ось напряжений. Тогда, учитывая сдвиги фаз между током и напряжениях на ёмкости и индуктивности, векторная диаграмма для этого случая будет иметь вид рис. 12.

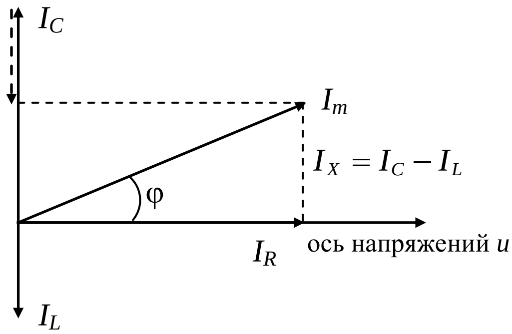


рис. 12

Из рис. 12 по теореме Пифагора имеем: $I_m = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$

или $I_m = \sqrt{\frac{U_m^2}{R^2} + (U_m\omega C - \frac{U_m}{\omega L})^2}$.

Вынося U_m из – под корня, получим:

$$I_m = U_m\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}. \qquad (24)$$

Ведём следующие обозначения:

$G = \frac{1}{R}$ - называется активной проводимостью, $[G] = См$, Сименс.

$B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$ - реактивной емкостной проводимостью, $[B_C] = См$, Сименс.

$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$ - реактивной индуктивной проводимостью, $[B_L] = См$, Сименс.

Тогда уравнение (24) можно записать в виде :

$I_m = U_m\sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} = U_m Y$ - **закон Ома для переменного тока при параллельно соединённых *R, L* и *C*.**

Величина $Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}$ называется **полной проводимостью цепи**, $[Y] = \text{См}$, Сименс.

Сдвиг фаз между током и напряжением на участке цепи переменного тока при параллельно соединённых *R, L и C* можно определить из рис. 12 по формуле:

$$tg\varphi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{R}} = R\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right).$$

Параллельный резонанс или резонанс токов

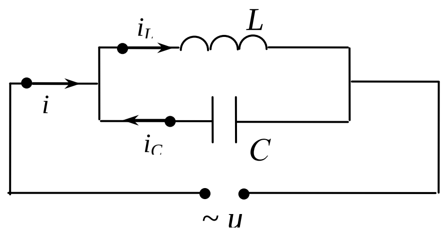


рис. 13

Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую параллельно соединённые L и C, активное сопротивление которых очень мало (т.е. $R = 0$) (см. рис. 13).

Пусть напряжение в цепи изменяется по закону: $u = U_m \sin\omega t$.

Ранее мы получили, что в ветви конденсатора в этом случае течёт ток

$$i_C = I_{m_C} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}), \quad (25)$$

амплитуда которого $I_{m_C} = \omega C U_m = \dfrac{U_m}{\dfrac{1}{\omega C}}$,

а в ветви катушки индуктивности течёт ток $i_L = I_{m_L} \sin(\omega t - \dfrac{\pi}{2})$, (26)

амплитуда которого $I_{m_L} = \dfrac{U_m}{\omega L}$.

Из анализа уравнений (25) и (26) следует, что разность фаз между токами текущими через L и C равна π, следовательно, в ветвях L и C они текут в противоположных направлениях. Тогда амплитуда силы тока в неразветвлённой цепи будет равна:

$$I_m = \left|I_{m_C} - I_{m_L}\right| = \left|U_m \omega C - \frac{U_m}{\omega L}\right| = U_m \left|\omega C - \frac{1}{\omega L}\right|. \quad (27)$$

Из уравнения (27) видно, что в случае выполнения условия $\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ (это наблюдается при резонансной частоте $\omega_{рез} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$), во внешней цепи тока не будет, то есть токи, текущие через конденсатор и катушку индуктивности, оказываются больше, чем ток в неразветвлённой цепи.

Такое явление в цепи переменного тока с параллельно соединёнными L и C называется *последовательным резонансом или резонансом токов.*

Параллельным резонансом или резонансом токов называется явление резкого уменьшения амплитуды силы тока во внешней цепи, питающей параллельно соединённые L и C, при приближении частоты внешнего переменного напряжения к резонансной частоте контура.

(Так как реально активное сопротивление цепи нулю быть не может, поэтому при параллельном резонансе амплитуда силы тока в неразветвлённом участке цепи будет отлична от нуля, но примет наименьшее возможное значение)

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

Эффективное (или действующее) значение силы тока и напряжения $\quad I_{эфф} = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$ и $U_{эфф} = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$

Закон Ома для цепи переменного тока только с активным сопротивлением $\quad I_m = \dfrac{U_m}{R}$

Закон Ома для цепи переменного тока с идеальной индуктивность $\quad I_m = \dfrac{U_m}{\omega L}$

Индуктивное сопротивление $\quad X_L = \omega L$

Закон Ома для цепи переменного тока с идеальной ёмкостью $\quad I_m = \omega C U_m = \dfrac{U_m}{\dfrac{1}{\omega C}}$

Емкостное сопротивление $\quad X_C = \dfrac{1}{\omega C}$

Закон Ома для цепи переменного тока с последовательно соединёнными активным сопротивлением, ёмкостью и индуктивностью $\quad I_m = \dfrac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \dfrac{1}{\omega C})^2}} = \dfrac{U_m}{Z}$

Полное сопротивление (или импеданс) цепи переменного тока $\quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \dfrac{1}{\omega C})^2}$

Сдвиг фаз между силой тока и напряжением в цепи переменного тока $\quad tg\varphi = \dfrac{U_L - U_C}{U_R} = \dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}$