План

открытого урока по дисциплине «Математика»

**Технология обучения на практическом занятии по предмету «Математика»**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Количество студентов: 20 чел.** | | | | **Время – 2 часа** |
| **Форма учебного занятия** | **Практическое занятие по углублению и расширению знаний** | | | |
| План занятия | 1. Устное решение примера 2. Самостоятельное решение примеров | | | |
| ***Цель учебного занятия*:** обобщение у студентов знаний о матрице и операции над ними, выявления уровня усвоения навыков нахождения обратной матрицы | | | | |
| ***Задачи преподавателя:***  - совершенствовать у студентов умения и навыки выполнения операций над векторами;  - развивать у студентов навыки самостоятельного выполнения заданий;  - воспитывать у студентов сознательное отношение к изучению данной темы. | | | ***Результаты учебной деятельности:***  **Студент должен:** знать: - определения матрицы и операции над матрицами, нахождение обратной матрицы;  уметь: - решать задания на нахождение обратной матрицы;  понимать: - алгоритм нахождение обратной матрицы; | |
| Методы и техники обучения | | Устный опрос, беседа, работа в парах и в группе, практическое решение заданий, тестовые задания | | |
| Средства обучения | | Учебное пособие, проектор, доска, раздаточный материал, листы самооценивания и взаимооценивания, стикеры. | | |
| Формы обучения | | Индивидуальная, фронтальная работа. | | |
| Условия обучения | | Аудитория с компьютерами и видеопроектором. | | |

**Технологическая карта практического занятия**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Этапы, время** | **Деятельность** | |
| **преподавателя** | **студентов** |
| **1 этап.**  **Введение**  **в учебное занятие**  **(15 мин.)** | 1.1.Проверяет готовность студентов к работе. Просит сдать домашнее задание  1.2.Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия и план его проведения. Объясняет, что каждый получит индивидуальную оценку в соответствии с оценкой результатов работы.  1.3.роводит тестирование (см. разработку) | * 1. Сдают домашнее задание   2. Слушают, записывают.   3. Отвечают на вопросы теста. |
| **2 этап.**  **Основной (55 мин.)** | * 1. Выводит на экран задания и решают это задание у доски   2. Дает задания для работы в парах   3. Дает индивидуальную самостоятельную работу студентам (разноуровневые).Следит за правильности выполнения задания, помогает студентам. | 2.1.Знакомятся с заданием, выполняют задание.  2.2.Знакомятся с заданием, выполняют задание.  2.3.Выполняют задания  В случае затруднения обращаются к преподавателю. |
| **3 этап.**  **Заключи-тельный**  **(10 мин.)** | * 1. Подводит итоги работы, студенты выставляют себе баллы (из расчета 5 баллов максимальный) и сдают лист самооценки преподавателю.   2. Дает задания для самостоятельного выполнения дома | 3.1Выставляют отметки.  3.2Записывают задание. |

Тема: «Вычисление обратной матрицы»

Цели:

*Образовательные*:

научиться пользоваться свойствами определителей при решении практических задач; вычислять обратную матрицу.

*Развивающие*: формирование умения выделять главное, развивать логическое мышление, внимание, память.

*Воспитательные*: развитие интереса к высшей математики, воспитание ответственности за выполненную работу, трудолюбия и усидчивости.

Средства обучения: раздаточный и наглядный материал.

Ход урока

1. Вводная часть.
   1. Организационный момент: приветствие, проверка готовности группы к занятию;
   2. Целевая установка: объявление темы и цели занятия.
2. Основная часть.
   1. Повторение тем «Матрицы и операции над ними», « Определители».
   2. Изучение новой темы « Обратная матрица».
   3. Закрепление нового материала.
3. Заключительная часть.
   1. Подведение итогов.
   2. Домашнее задание.

*1. Вводная часть.*

*1.1. Организационный момент.*

Здравствуйте, присаживайтесь! Сегодня у нас урок на тему «Вычисление обратной матрицы».

*1.2. Целевая установка.*

Целью занятия является обобщение ваших знаний по теме «Матрицы и операции над ними», «Определители», изучение алгоритма вычисления обратной матрицы.

*2. Основная часть*

*2.1. Повторение темы* «Матрицы и операции над ними», «Определители». Для начала давайте повторим некоторые понятия матричной алгебры.

1) Что называется матрицей? (*Матрицей размера*hello_html_m5c4e8db3.gif*называется прямоугольная таблица чисел, содержащая m строк и n столбцов*)

2) Что называется определителем первого порядка? (*Число, характеризующее квадратную матрицу первого порядка, и равное элементу матрицы а11*)

3) Что называется определителем второго порядка? (*Число, характеризующее квадратную матрицу второго порядка, и равное значению выражения*hello_html_5dc62f34.gif*)*

4) Что называется определителем третьего порядка? (*Число, характеризующее квадратную матрицу третьего порядка, и равное значению выражения*

hello_html_b390b26.gif*)*

5) Как обозначается определитель матрицы А? (Δ – дельта, hello_html_739b87c7.gif-модуль А)

Существует еще одно обозначения определителя det A – детерминант А.

6) Что называется минором элемента матрицы аij? (*определитель матрицы порядка (n-1), полученной из матрицы А вычеркивание I строки и j столбца*)

7) Что называется алгебраическим дополнением элемента матрицы аij? (*минор, взятый со знаком (-1)i+j*)

8) Для матриц какого вида возможно нахождение миноров ее элементов? (*для квадратной матрицы*)

9) Какой знак будет иметь алгебраическое дополнение элемента а23? Почему? (*минус*)

10) Какой знак будет иметь алгебраическое дополнение элемента а33? Почему? (*плюс*)

11) Сколько миноров имеет матрица третьего порядка? (*9*)

Рассмотрим 8 основных свойств определителей. Эти свойства мы будем выводить с вами вместе.

Найдите определители следующих матриц:

1) hello_html_509c632e.gif

2) hello_html_7f1a58e3.gif

3) hello_html_47f381d9.gif

Определители всех трех матриц равны нулю. Значит, в этих матрицах есть что-то схожее. Что именно? (*столбцы или строки состоят из нулей)*

**1. Если какая-либо строка или столбец матрицы состоит из нулей, то ее определитель равен 0.**

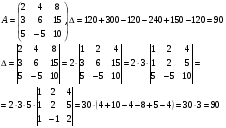
Найдем определитель матрицы А и матрицы В, первая строка которой умножена на число 3.

hello_html_f40c4e4.gif

Обратите внимание, во сколько раз увеличился определитель матрицы В по отношению к матрице А. Какой можно сделать вывод?

**2. Если все элементы какой-либо строки или столбца матрицы умножить на число λ, то ее определитель увеличится в λ раз.**

Как следствие из этого свойства можно сделать следующее замечание: за знак определителя можно выносить общий множитель любой строки или столбца.



Найдем определитель следующих матриц.

hello_html_694585e4.gif

hello_html_m3cdfa87b.gif

Посмотрите внимательно на матрицы. В чем они похожи? (*строки и столбцы совпадают)* Как называется операция перехода от матрицы А к матрице В, в которой строки и столбцы меняются местами с сохранением порядка? (*Транспонирование*). Данным примером мы показали еще одно свойство определителя.

**3. При транспонировании матрицы ее определитель не изменяется, т. е.**hello_html_2e3a9f36.gif**.**

Найдем определители матриц С и С/.

hello_html_m3ac7b5f6.gif. hello_html_m11bc57d4.gif

Чем отличаются матрицы? (*Строки поменялись местами*). А определители? (*отличаются знаками*) Найдем определители матриц В и В/.

hello_html_mdc6d43.gif. hello_html_m74c4e4ec.gif

Чем отличаются матрицы? (*Столбцы 1 и 3 поменялись местами*). А определители? (*отличаются знаками*)

Какой можно сделать вывод?

**4. При перестановке двух строк или столбцов матрицы ее определитель меняет знак на противоположный.**

Найдем определители матриц А, В, С.

hello_html_m20edac0e.gifhello_html_m62a00377.gifhello_html_m3213ede0.gif

hello_html_5e5002c2.gif

Все определители равны нулю. Какой особенностью обладают матрицы? (*каждая содержит одинаковый строки или столбцы*). Какой можно сделать вывод?

**5. Если квадратная матрица содержит 2 одинаковые строки или столбца, то ее определитель равен 0.**

Найдем определители матриц D и F.

hello_html_56ef4359.gif;

hello_html_m359a7cc9.gif

Какая особенность есть у строк 1, 3 матрицы D и столбцов 1, 2 матрицы F? (*они пропорциональны соответственно 2 и 3*). Сделаем вывод.

**6. Если элементы двух строк или столбцов матрицы пропорциональны, то ее определитель равен 0.**

Найдем произведение определителей матриц А и В и определитель матрицы hello_html_11d562c0.gif

карточкиhello_html_6b5ea278.gif

hello_html_m79a3404.gif

hello_html_3a930833.gif

hello_html_m1b68ad5f.gif

Что мы видим? ***(7. Определитель произведения двух матриц равен произведению их определителей)***.

hello_html_m7c5adb04.gif

Для того чтобы проверить правильность выполнения операции умножения матриц, можно воспользоваться этим свойством определителя.

Следующее свойство мы рассмотрим вместе с вами.

**8. Теорема Лапласа о разложении определителя по строкам (столбцам): Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на их алгебраические дополнения:**

hello_html_15228631.gif**-**

**разложение по элементам *i-*ой строки**

hello_html_5b727dfc.gif**-**

**разложение по элементам *j-*ого столбца.**

Пример:

Найдем определитель матрицы А обычным способом и с помощью разложения по первой строке и по второму столбцу.

hello_html_m55e61302.gif

Разложение по элементам первой строки.

hello_html_m69371821.gif

Разложение по элементам второго столбца.

hello_html_m27cdc77e.gif

Перечисленные свойства позволяют существенно упростить вычисления, особенно для определителей порядка больше третьего. Теперь вы сможете применять их при решении практических задач. Непосредственно определители используются при вычислении обратной матрицы.

Итак, мы повторили некоторые определения и свойства матричной алгебры.

***2.2. Изучение новой темы «Обратная матрица».***

Переходим к изучению способа вычисления обратной матрицы. Запишите название темы **«Обратная матрица».**

Для каждого числа hello_html_787cd84d.gifсуществует обратное число hello_html_693f4b53.gif такое, что произведение hello_html_3f53027e.gif. Для квадратных матриц тоже вводится аналогичное понятие.

Матрица А-1 называется обратной по отношению к квадратной матрице А, если при умножении этой матрицы на данную как справа, так и слева получается единичная матрица:

hello_html_m33f9dcd0.gif.

Вспомните, следующее свойство умножения матрицhello_html_m102c3c72.gif. Но это свойство не выполняется, в том случае, если матрица В является обратной к матрице А.

*Может ли быть матрица А отличной от квадратной? (нет, тогда не будет возможна операция умножения справа и слева) Могут ли быть исходная и обратная матрицы разного порядка? (нет).*

Однако не каждая квадратная матрица имеет обратную. Условием существования обратной матрица является hello_html_185d21a3.gif. В этом случае квадратная матрица называется невырожденной (неособенной), в противном случае – вырожденной (особенной).

Рассмотрим **алгоритм вычисления обратной матрицы**

1. Находим определитель матрицы. Если он не равен нулю, то матрица невырожденная и имеет обратную.

А – вырожденная (особенная),

нет обратной матрицы

А – невырожденная (неособенная), имеет обратную матрицу

1. Транспонируем матрицу А.
2. Находим алгебраические дополнения элементов транспонированной матрицы, составляем из них матрицу hello_html_m407ee5c9.gif.
3. Вычисляем обратную матрицу по формуле hello_html_5d007df8.gif. Из нее видно, почему определитель матрицы А не должен быть равен нулю.
4. Осуществляем проверку по определению обратной матрицы: hello_html_m33f9dcd0.gif.

Рассмотрим алгоритм вычисления обратной матрицы на примере. Пусть дана матрица hello_html_m55155af1.gif.

1. Находим определитель исходной матрицы. Если hello_html_185d21a3.gif, то матрица невырожденная, следовательно, существует и обратная матрица.

hello_html_17192125.gif

Следовательно, матрица А невырожденная и имеет обратную.

2. Находим матрицу АТ, транспонированную к А.

hello_html_m26d308eb.gif.

3. Находим алгебраические дополнения элементов транспонированной матрицы и составляем из них матрицуhello_html_6535bcb6.gif, где *i* = 1, 2,…,*n*; *j* = 1, 2,…,*n*.

hello_html_m2e9a007d.gif;

hello_html_771bfbc.gif;

hello_html_m7c500d77.gif;

hello_html_m6aa1236.gif;

hello_html_m54070650.gif;

hello_html_m7932d0e1.gif;

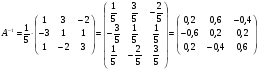
hello_html_48084665.gif;

hello_html_3a31f3da.gif;

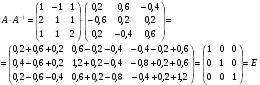
hello_html_4534c340.gif.

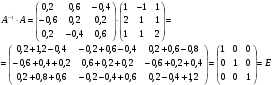
Составим из алгебраических дополнений матрицу hello_html_m79ac46b3.gif.

4. Вычисляем обратную матрицу по формуле hello_html_5d007df8.gif.



5. Проверяем правильность вычисления обратной матрицы, исходя из ее определения hello_html_m33f9dcd0.gif.





Тем самым мы проверили правильность вычисления обратной матрицы.

Этот алгоритм вычисления обратной матрицы часто используют при решении экономических задач, сводящихся к решению систем линейных уравнений, с которыми мы познакомимся на дальнейших занятиях.

*2.3. Закрепление нового материала.*

Сейчас мы переходим к закреплению алгоритма вычисления обратной матрицы.

**Пример 1. Выяснить, является ли матрица**hello_html_m41ad9643.gif**обратной к матрице**hello_html_198443bf.gif**.**

Решение.

Воспользуемся определением обратной матрицы hello_html_m33f9dcd0.gif. Найдем оба произведения.

hello_html_7ef8e46a.gif

hello_html_1257bbe4.gif

**Пример 2. Найти матрицу, обратную к матрице**hello_html_3b48a46a.gif**.**

Решение.

1. Найдем определитель матрицы.

hello_html_2e03d5d1.gif

Определитель не равен нулю, следовательно, матрицы является невырожденной и имеет обратную.

2. Находим матрицу АТ, транспонированную к А.

hello_html_m2f3d1a74.gif

3. Находим алгебраические дополнения элементов транспонированной матрицы.

hello_html_78aa4072.gif;

hello_html_3e02943f.gif;hello_html_5236a511.gif;

hello_html_m98fb308.gif;

hello_html_1cd690b6.gif;

hello_html_m49544d6d.gif;

hello_html_m81a0811.gif;

hello_html_3bf93d5e.gif;

hello_html_m5ed935af.gif.

Составляем из них матрицу Ã.

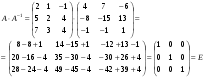
hello_html_1fc08851.gif

4. Воспользуемся формулой hello_html_5d007df8.gif.

hello_html_ed85a76.gif

5. Осуществим проверку по определению обратной матрицы.





Проверка показала, что обратная матрица вычислена верно.

**Пример 3. Найти обратную матрицу для матрицы**hello_html_11460cdd.gif**.**

Решение.

1. hello_html_m4cba89e4.gif. Матрица В невырожденная и имеет обратную.

2. hello_html_m40772c7c.gif

3. Находим алгебраические дополнения элементов транспонированной матрицы.

hello_html_4cf9690f.gif; hello_html_2f1c137f.gif; hello_html_27af3618.gif;

hello_html_m752fce3e.gif;hello_html_m15390d2f.gif;hello_html_1a2e29ae.gif

hello_html_348a7c24.gif;hello_html_m78191083.gif;hello_html_m7541c7bb.gif

Составляем из них матрицу hello_html_m42cb196a.gif.

hello_html_m253cb969.gif

4. Воспользуемся формулой hello_html_32971d82.gif. Так как hello_html_46fc0c5d.gif, то hello_html_m61f93992.gif.

5. Проверка.

hello_html_5a39120a.gif

hello_html_m306c36a.gif

Есть ли у вас вопросы по схеме вычисления обратной матрицы или применению свойств определителя?

Давайте повторим алгоритм вычисления обратной матрицы. (*Определитель, транспонирование исходной матрицы, присоединенная матрица из алгебраических дополнений элементов транспонированной матрицы, формула; проверка*)

*3. Заключительный этап.*

*3.1. Подведение итогов*

Сегодня на занятии мы повторили определения матрицы, определителя, свойства определителей, позволяющие упростить их вычисление, а также научились вычислять обратную матрицу.

*3.2. Домашнее задание.*

Я раздаю вам 2 варианта домашнего задания к следующему уроку, выполните их в отдельных тетрадях.

**Урок закончен. До свидания!**

**Приложение 1**

**Алгоритм вычисления обратной матрицы**

1. Находим определитель матрицы. Если он не равен нулю, то матрица невырожденная и имеет обратную.

hello_html_m65a051cf.gif

hello_html_m2a4a7aac.gif

А – вырожденная (особенная),

нет обратной матрицы

А – невырожденная (неособенная), имеет обратную матрицу

1. Транспонируем матрицу А.
2. Находим алгебраические дополнения элементов транспонированной матрицы, составляем з них матрицу hello_html_m407ee5c9.gif.
3. Вычисляем обратную матрицу по формуле hello_html_5d007df8.gif. Из нее видно, почему определитель матрицы А не должен быть равен нулю.

Осуществляем проверку по определению обратной матрицы: hello_html_m33f9dcd0.gif.

**Приложение 2**

**Домашняя работа**

**Вариант 1**

1. Даны матрицы А и В. а) Найдите произведение С матриц А и В. Вычислите определитель матрицы С и алгебраические дополнения ее элементов. б) Найдите матрицу Н = -2А+3В. Вычислите определитель матрицы Н, ее алгебраические дополнения.

hello_html_m723a49e7.gif; hello_html_m7f620d5f.gif.

2. Вычислите обратную матрицу для матрицы hello_html_5615948.gif

3. Найдите определитель четвертого порядка путем разложения элементов матрицы по а) 1 строке; б) 3 столбцу.

hello_html_6a41fe11.gif.

**Вариант 2**

1. Даны матрицы А и В. а) Найдите произведение С матриц А и В. Вычислите определитель матрицы С и алгебраические дополнения ее элементов. б) Найдите матрицу Н = 2А-3В. Вычислите определитель матрицы Н, ее алгебраические дополнения.

hello_html_77574ade.gif; hello_html_m544afabe.gif.

2. Вычислите обратную матрицу для матрицы hello_html_m7227c5a3.gif

3. Найдите определитель четвертого порядка путем разложения элементов матрицы по а) 1 строке; б) 3 столбцу.

hello_html_792408.gif.