

**7-ma’ruza: Berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi.**  
**To‘g‘ri chiziqlarning kesishishi nuqtasi va uni topish usullari.**

**Reja:**

1. Berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi.
2. Ikki to‘g‘ri chiziqning kesishishi.
3. To‘g‘ri chiziqlarning kesishishi nuqtasi va uni topish usullari.

**Tayanch tushunchalar:** *ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq, to‘g‘ri chiziqlarning kesishish nuqtasi, to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchak tangensi, to‘g‘ri chiziqlarning burchak koeffitsiyentlari, ikki to‘g‘ri chiziqning ustma-ust tushishi*

**Berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi.**

*To‘g‘ri chiziqda yotuvchi ikkita  $M_1(x_1; y_1)$  va  $M_2(x_2; y_2)$  nuqta berilgan.*

*l to‘g‘ri chiziqda yotuvchi ixtiyoriy  $M(x; y)$  nuqtani olib,*  
 $\overrightarrow{M_1M} = \{x - x_1; y - y_1\}$  va  $\overrightarrow{M_1M_2} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$   
*vektorlarni yasaymiz (8-shakl). Bunda  $\overrightarrow{M_1M}$  va  $\overrightarrow{M_1M_2}$  vektorlar kollinear bo‘ladi. Shu sababli*

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad (21)$$

*bo‘ladi.*

(21) tenglamaga **berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi** deyiladi.

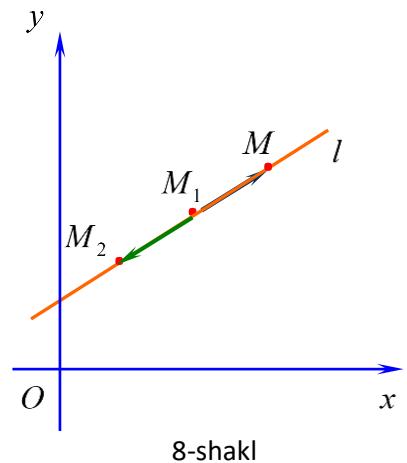
**Ikki to‘g‘ri chiziqning kesishishi.**

To‘g‘ri chiziqlar umumiy tenglamalari

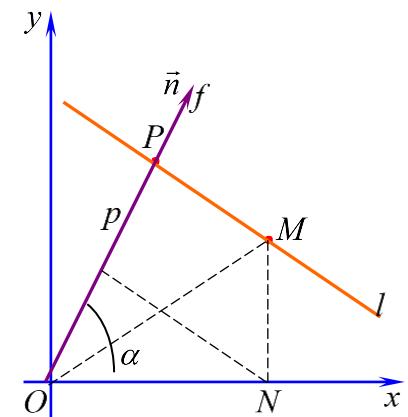
$$A_1x + B_1y + C_1 = 0 \quad \text{va} \quad A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

bilan berilgan bo‘lsin va  $M_0(x_0; y_0)$  nuqtada kesishsin (9-shakl).

U holda  $M_0(x_0; y_0)$  nuqtaning koordinatalari har ikkala tenglamani qanoatlantiradi. Shu sababli ikki to‘g‘richiziqning kesishishi nuqtasi koordinatalari



8-shakl



9-shakl

$$\begin{cases} A_1x_0 + B_1y_0 + C_1 = 0, \\ A_2x_0 + B_2y_0 + C_2 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

sistemadan topiladi.

Bunda  $M_0(x_0; y_0)$  kesishish nuqtasi orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasi

$$A_1x + B_1y + C_1 + \lambda(A_2x + B_2y + C_2) = 0 \quad (23)$$

tenglama bilan aniqlanadi, bu yerda  $\lambda$  – sonli ko'paytuvchi.

**Misol.**  $2x - y - 2 = 0$  a to'g'ri chiziq bo'ylab yo'naltirilgan yorug'lik nuri  $x - 2y + 2 = 0$  to'g'ri chiziqda sinadi va qaytadi. Qaytuvchi nur yo'nalgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

**Yechish.** Yorug'lik nurining qaytish nuqtasi  $2x - y - 2 = 0$  va  $x - 2y + 2 = 0$  to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi bo'ladi.

Bu nuqta  $M(x; y)$  bo'lsin. Uni quyidagi sistemadan topamiz:

$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0, \\ x - 2y + 2 = 0. \end{cases}$$

Bundan  $M(2;2)$ .

Yorug'lik nuri sinadigan va yo'nalgan to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak tangensini topamiz. Berilgan to'g'ri chiziqlarning burchak koeffitsiyentlari

$k_1 = \frac{1}{2}$ ,  $k_2 = 2$  bo'ladi. Bundan

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{2} - 2}{1 + \frac{1}{2} \cdot 2} = -\frac{3}{4}.$$

Bu son yorug'lik nuri qaytuvchi va cinuvchi to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak tangensiga teng bo'ladi. U holda

$$-\frac{3}{4} = \frac{k - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot k},$$

bu yerda  $k$  – nur qaytuvchi to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti.

Bundan  $k = -\frac{2}{11}$ .

Demak, izlanayotgan to'g'ri chiziq uchun:  $M(2;2)$ ,  $k = -\frac{2}{11}$ .

Bu parametrlar bilan aniqlanuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzaniz:

$$y - 2 = -\frac{2}{11}(x - 2)$$

yoki

$$2x + 11y - 18 = 0.$$

## **Ikki to‘g‘ri chiziqning ustma-ust tushishi.**

$l_1$  va  $l_2$  to‘g‘richiziqlar umumiy tenglamalari

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0, \quad A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

bilan berilgan bo‘lsin va ustma-ust tushsin.

Bunda:

$$\text{-birinchidan } l_1 \parallel l_2 \text{ bo‘ladi} \quad \text{va} \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \lambda \quad \text{tengliklardan} \quad A_1 - \lambda A_2 = 0,$$

$B_1 - \lambda B_2 = 0$  kelib chiqadi;

-ikkinchidan  $l_1$  to‘g‘ri chiziqning har bir nuqtasi, jumladan  $M_0(x_0; y_0)$  nuqtasi,  $l_2$  to‘g‘ri chiziqda ham yotadi, ya’ni

$$A_1x_0 + B_1y_0 + C_1 = 0, \quad A_2x_0 + B_2y_0 + C_2 = 0$$

bo‘ladi.

Bu tengliklarning ikkinchisini  $\lambda$  ga ko‘paytiramiz va birinchidan ayiramiz:

$$(A_1 - \lambda A_2)x_0 + (B_1 - \lambda B_2)y_0 + (C_1 - \lambda C_2) = 0.$$

Bundan  $C_1 = \lambda C_2$  kelib chiqadi.

Demak, to‘g‘richiziqlarning ustma-ust tushush sharti

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}. \quad (24)$$

tengliklar bilan ifodalanadi.

**Ikki to‘g‘ri chiziq tenglamasini birgalikda tekshirish.** Faraz qilaylik, bizga ikki  $\Delta_1$  va  $\Delta_2$  to‘g‘ri chiziqlarning tenglamalaridan tuzilgan

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases} \quad (25)$$

sistema berilgan bo‘lsin. Ma’lumki, bu sistema yagona yechimga ega bo’lishi uchun

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \neq 0$$

bo’lishi zarur va yetarlidir. Bu esa  $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$  tongsizlikka ekvivalent. Bu holda

(25) ning yagona yechimi,  $\Delta_1$  va  $\Delta_2$  to‘g‘ri chiziqlarda yotuvchi nuqtaning koordinatalarini beradi, ya’ni  $\Delta_1$  va  $\Delta_2$  to‘g‘ri chiziqlarning kesishish nuqtasini aniqlaydi.

Agar

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = 0$$

bo'lsa,  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$  bo'ladi.

Bunda ikki hol yuz beradi:

- 1) agar (25) sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'lsa, bu  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$  bo'lganda bajariladi, u holda  $\Delta_1$  va  $\Delta_2$  to'g'ri chiziqlar ustma-ust tushadi;
- 2) (25) sistema umuman yechimga ega emas, bu  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$  bo'lganda yuz beradi, bunda berilgan to'g'ri chiziqlar umuman kesishmaydi, ya'ni ular parallel bo'ladi.

### **Mavzu yuzasidan savol va topshiriqlar.**

1. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni topish formulalarini eslang.
2. To'g'ri chiziqning umumiylenglamasi va uning holatlarini ayting.
3. To'g'ri chiziqning parallellik sharti qanday?
4. To'g'ri chiziqning perpendikulyarlik sharti qanday?
5. Tog'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatini tushuntiring.
6. Qachon ikki to'g'ri chiziq ustma-ust tushadi?
7. To'g'ri chiziqning turli tenglamalarini keltiring.
8. To'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi qanday topiladi?
9. Berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini izohlang.
10. To'g'ri chiziqlarning kesishishi nuqtasini topish usullarini tushuntiring.